Cap. 1
Spazio e Tempo

- 1. La velocità della luce
- 2. La relatività: da Galileo ad Einstein
- 3. Le proprietà di trasformazione dello spazio e del tempo
- 4. Le applicazioni di interferometri alla Michelson
- 5. La dilatazione del tempo e i muoni
- 6. Quadrivettori e scalari per Lorentz
- 7. Viaggi nello spazio e nel tempo
- 8. Continuità e dimensioni dello spazio tempo
- 9. Unità naturali e unità di Planck

Richiami di relatività

•La relatività è necessaria in questo corso perché avremo a che fare con corpi che viaggiano a velocità prossime a quelle della luce

$$c=2.998\ 10^{8}\ \mathrm{m/s} \approx 3 10^{10}\ \mathrm{cm/s}.$$

•In queste circostanze la meccanica di Newton, riassunta da

$$F= d\mathbf{P}/dt = m\ dv/dt \quad , \quad E = 1/2\ m\ v^2 ,$$

non è valida.

•Avremo bisogno di una nuova meccanica e questo in sostanza si traduce in nuove definizioni per l'impulso **P** e l'energia E

•Poiché la meccanica di Newton descrive correttamente la natura per quei fenomeni in cui v<<c, le nuove espressioni per **P** ed E dovranno ricondursi a quelle classiche in questo limite.

Che vuol dire v<<c ?

•In questo limite, le formule relativistiche differiscono da quelle classiche per termini dell'ordine di $(v/c)^2$:

$$O_{rel} = O_{clas} \, [\, 1 + n\,(v/c)^2 \,]$$

dove n è un coefficiente ≈ 1 che dipende dall'osservabile O.

•Per un corpo con v= 1/10 c l 'errore che commetto usando le formule classiche è dell'ordine di qualche parte percentuale.

•Vale la pena di rendersi conto del valore di v/c in varie situazioni:

- agitazione termica dell'aria
- il moto degli elettroni in un tubo a raggi catodici
- l'elettrone nella prima orbita di Bohr dell'atomo di idrogeno
- Il moto della terra intorno al sole
- Il moto del sole intorno al centro della galassia

Misure della velocità della luce*

Quando	Chi	Che cosa	Come	Valore (m/s)	Errore
1626	Galileo	Light	Uncovering Lanterns	infinity	
1676	Olaus Roemer	Light	Galilean Satellites of Jupiter	214,000	
1726	James Bradley	Light	Stellar Aberration	301,000	
1849	Armand Fizeau	Light	Toothed Wheel	315,000	
1857	Weber, Kohlrausch	ESU/EMU	Ratio of Electrostatic to Electromagnetic Units	310,740	
1862	Leon Foucault	Light	Rotating Mirror	298,000	+/-500
1879	Albert Michelson	Light	Rotating Mirror	299,910	+/-50
1891	Blondlot	Radio	Parallel Wires	297,600	+/-15000
1907	Rosa, Dorsey	EMU/ESU	Electromagnetic Units	299,788	+/-30
1926	Albert Michelson	Light	Rotating Mirror	299,796	+/-4
1947	Essen, Gorden-Smith	Radio	Cavity Resonator	299,792	+/-3
1958	K. D. Froome	Radio	Radio Interferometer	299,792.5	+/-0.1
1973	Evanson et al	Light	Lasers	299,792.4574	+/-0.001
1983	CGPM	Light	Adopted Value	299,792.458	+/-0

•I primi tentativi di misura sono dovuti a Galileo.

•Roemer effettuo' la prima osservazione del ritardo della luce nell' attraversare l'orbita della terra, concludendo che il diametro era percorso in circa 22 minuti**

•Tre diverse linee di ricerca:

-propagazione della luce visibile

-propagazione di onde radio

-rapporto fra costanti elettriche e magnetiche

•La misura di Evenson (1973) ha una precisione di 1 parte su 3 10^8.

•Oggi il valore adottato per c ha errore nullo per definizione, in quanto si usa c per definire l 'unita' di lunghezza..

*http://www.phys.virginia.edu/classes/109N/lectures/spedlite.html

**il valore corretto e' 16 minuti

L’ errore sulla velocità della luce

- A ogni misura è associato un errore. Un risultato senza un errore non contiene informazioni fisiche.
- Negli anni settanta, il valore riportato per la velocità della luce nel vuoto era:

$$c = (299\,792\,456.2 \pm 1.1)\ \mathrm{m/s}$$

- Questa misura, con precisione relativa $\Delta c/c = 3\ 10^{-9}$, era ottenuta in esperimenti con laser altamente stabilizzati in cui si misurava sia la frequenza ν che la lunghezza d’onda λ della radiazione, tramite la relazione $c = \lambda/\nu$.
- Una misura di una grandezza dimensionata, come λ, è il confronto tra la stessa grandezza e una scelta come campione, l’unità di misura.
- Ma anche l’unità di misura è affetta da errori. Ad esempio, se l’unità di lunghezza è data da una sbarra campione, devo precisare la sua temperatura, e questo lo so fare entro un certo errore, che si riflette sul campione. Occorrono campioni le cui proprietà non varino (o varino pochissimo) al cambiare delle condizioni esterne.
- Il campione standard (macroscopico)delle lunghezze non è accurato a livello di 10^{-9}. Occorre passare a sistemi atomici*, molto meno sensibili alle condizioni esterne, ma anche questi non sono sufficientemente accurati a questo livello...
- * Maxwell aveva suggerito di usare la lunghezza d’onda della riga gialla del sodio già nel 1859

L' adozione di un valore esatto per c

- **Definizione del secondo standard (1967) :**
- " Considering that a very precise definition of the unit of time is indispensable for the International System, the 13th CGPM (1967) decided to replace the definition of the second by the following:
- *The second is the duration of 9 192 631 770 periods of the radiation corresponding to the transition between the two hyperfine levels of the ground state of the cesium 133 atom. "**
- **Il metro standard (1983):**
- " [...] to further reduce the uncertainty, in 1983 the CGPM replaced this latter definition by the following definition:
- ***The meter is the length of the path traveled by light in vacuum during a time interval of 1/299 792 458 of a second.***
- L' effetto di questa definizione e' di fissare la velocità della luce al valore esatto

  c= 299 792 458 m·s^{-1}.
- Ciò ha senso in quanto l' incertezza residua sulla velocità e' inferiore a quella sul metro campione.
- La decisione conduce a una miglior definizione del metro campione e a una definizione esatta di c, cioè c= 299 792 458 m·s^{-1} non ha errori per definizione.

*) Nel 1997 e' stato aggiunto che " this definition refers to a cesium atom in its ground state at a temperature of 0 K.

La storia del metro

- 1791 The International System (formerly called the Metric System) is the decimal system of weights and measures based on the meter and the kilogram. The essential features of the system were embodied in a report to the French National Assembly by the Paris Academy of Sciences.
- 1799 Originally intended to be one ten-millionth part of the quadrant of the earth, the so called Meter of the Archives was based on a measurement of a meridian between Dunkirk and Barcelona. A platinum bar with a rectangular cross section and polished parallel ends was made to embody the meter. The meter was defined as the distance between the polished end faces at a specified temperature and it was the international standard for most of the 19th century. It was compared to other bars with optical comparators as a means of disseminating the unit.
- 1859J.C. Maxwell suggested choosing as a natural standard, the wavelength of the yellow spectral line of sodium.
- 1875On May 20, the Treaty of the Meter was signed by twenty countries, including the United States, at the International Metric Convention. As a result, the International Bureau of Weights and Measures (Bureau Intérnational des Poids et Mésures, BIPM) was established.

•1889A new modified Xshaped cross-section graduated platinum-iridium line standard was developed and adopted as the International Prototype Meter. The meter was defined as the distance between the two graduation lines at 0 °C. Each member country in the International Metric Convention received two copies of the standard with calibration reports relating them to the prototype. All meter bar calibrations were done by comparisons in optical comparators

•1925The Michelson interferometer was in regular use at BIPM for measuring length.

•1980 The iodine stabilized Helium-Neon laser wavelength was accepted as a length standard. It had a wavelength uncertainty of few parts in 10^{10} at the time.

•1983 On October 20, the meter was redefined again. The definition states that the meter is the length of the path traveled by light in vacuum during a time interval of 1/299,792,458 of a second. The speed of light is

$$c = 299{,}792{,}458 \text{ m/s}$$

•The second is determined to an uncertainty, U = 1 part in10^{14} by the Cesium clock. The General Conference made the iodine stabilized Helium-Neon laser a recommended radiation for realizing the meter at this time. The wavelength of this laser is lHeNe = 632.99139822 nm with an estimated relative standard uncertainty (U) of + 2.5 x 1011.

Conversione di massa in energia

•Perche' è interessante studiare fenomeni in cui v $\approx$c? Fra le molte risposte possibili, forse la migliore per questo corso è che quando v $\approx$ c si manifestano gli effetti dell'equivalenza massa energia, $E= mc^2$

•Conversione di massa in energia: **$\Delta E= \Delta mc^2$**

a)$p+d \rightarrow {}^3He + \gamma$

La massa di un nucleo di ^3He è minore della somma $m_p+ m_d$, ossia $\Delta m= m_p+ m_d - m_{He} >0$ e il fotone γ porta con se' energia $\Delta E= \Delta mc^2$.

Il processo di conversione di massa in energia è particolarmente importante per i processi di fusione e di fissione nucleare, che sono all'origine dell'energia delle stelle, della produzione di energia nucleare, degli esplosivi nucleari

b) $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$.

In questo processo di annichilazione tutta la materia si trasforma in energia trasportata dai fotoni.

2. Conversione di energia in massa

•Leggo l'equazione come **$\Delta m = \Delta E/c^2$** ossia se fornisco energia posso produrre massa. Ad es.:

$$\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$$

$$e^+ + e^- \longrightarrow \mu^+ + \mu^-$$

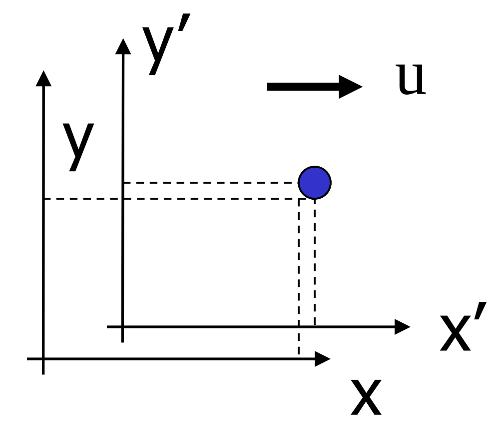
•L' energia portata dai due fotoni $E(\gamma+\gamma)$ deve essere almeno pari alla massa delle due particelle nello stato finale, $2m_{e.}$

•Nel secondo esempio, $E(e^+ + e^-)$ deve essere almeno pari alla massa dei due muoni.

•Questo principio è utilizzato per scoprire nuove particelle, e studiarne le loro proprietà.

•Sono disponibili acceleratori di particelle in grado di fornire energie dell'ordine di $1\text{TeV}=10^{12}$ eV, con cui si possono scoprire particelle con massa fino a 1000 volte quella del protone.

Le trasformazioni di Galileo



- Consideriamo un sistema di riferimento S in cui effettuiamo misure di eventi (x,y,z,t).
- In un altro riferimento S' le coordinate dell'evento saranno (x', y',t',z').
- In fisica classica, se S' si muove rispetto ad S con velocità u (// all'asse x) le coordinate spazio temporali sono legate dalle trasformazioni di Galileo.
- Notare che:

1)ho supposto (fatto la scelta che) al tempo t=t'=0 le origini coincidano

2)Il tempo non cambia (esiste un tempo assoluto)

3)La distanza Euclidea non cambia.

4)Le trasformazioni di Galileo formano un gruppo abeliano.

$x' = x - ut$

$y' = y$

$z' = z$

$t' = t$

Trasf. di Galileo

$D^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 + = D'^2$

Principio di relatività galileiana

•Le leggi della meccanica sono invarianti per trasformazioni di Galileo.
•Cioè se in S la legge del moto è m **a=F** (x ….) allora in S’ m **a’=F** (x’ ….).
•La dipendenza funzionale è la stessa nei due riferimenti.
•Esercizio: verificare il principio di relatività galileiana per l’interazione gravitazionale fra due corpi:

$$\mathbf{a}_1 = -Gm_2 \frac{\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2}{(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)^3} \qquad \mathbf{a}_2 = Gm_1 \frac{\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2}{(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)^3}$$

$$\xrightarrow{\text{Trasf. Gal.}}$$

$$\mathbf{a}'_1 = -Gm_2 \frac{\mathbf{x}'_1 - \mathbf{x}'_2}{(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)^3} \qquad \mathbf{a}'_2 = Gm_1 \frac{\mathbf{x}'_1 - \mathbf{x}'_2}{(\mathbf{x}'_1 - \mathbf{x}'_2)^3}$$

•Da notare:
1) nei due riferimenti ho la stessa dipendenza funzionale, con gli stessi valori delle costanti.
2)dati due riferimenti, il cui moto relativo è rettilineo e uniforme, nulla distingue (o privilegia) un riferimento rispetto all’altro.

La relatività Galileiana e l’elettromagnetismo

Consideriamo le seguenti affermazioni:

A) Le equazioni di Maxwell hanno come soluzioni onde elettromagnetiche che si propagano nel vuoto con velocità $c=2.998\ 10^{8}$ m/s e supponiamo che valgano in un riferimento inerziale S.

B) Principio di relatività: tutte le leggi della fisica sono le stesse in ogni riferimento inerziale

C) Le relazioni fra le coordinate spazio temporali in due riferimenti inerziali S ed S’ sono date dalle trasformazioni di Galileo.

Note:

-*la prima parte A1 è matematica, la seconda A2 è un’ipotesi fisicamente verificabile e verificata*

-*Attenzione: “tutte” e non solo la meccanica*

Dimostriamo che A), B) e C) non sono consistenti fra loro.

Il principio di relatività o l'Etere?

Se sono vere A e B allora è falsa C:

- la velocità della luce in S' deve essere c'=c, contro la trasformazione Galileiana, c'=c-u.

Dunque, se vale A e B devo rinunciare alle trasformazioni di Galileo.

Se sono vere A e C allora è falsa B:

- Esiste un rif. privilegiato (Etere) in cui valgono esattamente le equazioni di Maxwell con c=2.998…

-Negli altri riferimenti c'=c-u e le eq. di Maxwell sono solo approssimate. (cioè le leggi della fisica non sono le stesse in ogni riferimento inerziale).

A) *Le equazioni di Maxwell hanno come soluzioni onde elettromagnetiche si propagano nel vuoto con velocità c=2.998 10^{8} m/s e supponiamo che valgano in un riferimento inerziale S.*

B) *Principio di relatività: tutte le leggi della fisica sono le stesse in ogni riferimento inerziale*

C)*Le relazioni fra le coordinate spazio temporali in due riferimenti inerziali S ed S'sono date dalle trasformazioni di Galileo.*

Le trasformazioni di Lorentz

•Lorentz e Poincare' gia' alla fine dell' Ottocento avevano dimostrato una curiosita' matematica: le eq. di Maxwell mantengono la stessa forma se si effettua la trasformazione:

Trasf. di Lorentz

$$x' = \gamma(x - ut)$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = \gamma(t - ux/c^2)$$
$$\gamma = 1/\sqrt{(1-u^2/c^2)}$$

•Einstein nel 1905 propose che tutte le leggi della fisica rimangano invariate sotto trasformazioni di Lorentz, cioe':

•A) + B) +

D) Le relazioni fra le coordinate spazio temporali di un evento in due riferimenti inerziali S ed S' sono date dalle trasformazioni di ***Lorentz.***

Da notare che:

-Einstein trasforma un' affermazione matematica in una proprieta' fisica.

-Le trasfomazioni di Lorentz formano un gruppo

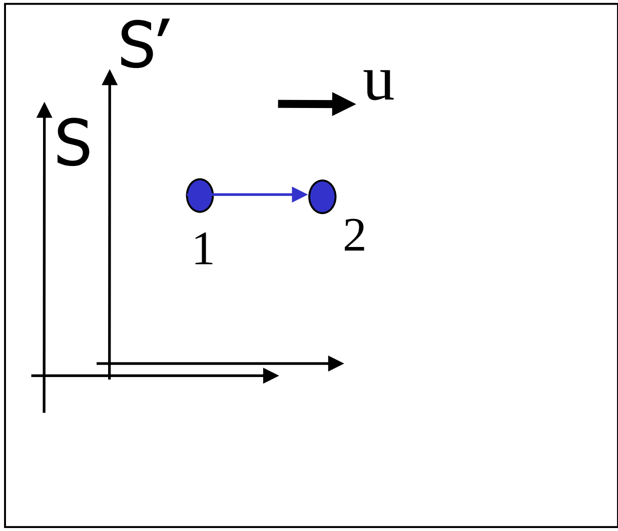
-Si riducono a quelle di Galileo quando u<<c

A)*Le equazioni di Maxwell hanno come soluzioni onde elettromagnetiche si propagano nel vuoto con velocità c=2.998 10 8 m/s e supponiamo che valgano in un riferimento inerziale S.*

B)*Principio di relatività: tutte le leggi della fisica sono le stesse in ogni riferimento inerziale*

C)*Le relazioni fra le coordinate spazio temporali in due riferimenti inerziali S ed S'sono date dalle trasformazioni di* ***Galileo****.*

La costanza della velocità della luce e le trasformazioni di Lorentz



•Per dimostrare che A),B) e D) sono consistenti occorre far vedere che la velocita' della luce e' la stessa in ogni riferimento.

•Consideriamo un oggetto che si sposta da 1 a 2 visto in due riferimenti S e S': la velocita' relativa u dei due riferimenti e' // alla direzione di moto del corpo.

-In S ho: $\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta t = t_2 - t_1$ -> $v = \Delta x/\Delta t$

-In S' ho: $\Delta x' = x'_2 - x'_1$, $\Delta t' = t'_2 - t'_1$ -> $v' = \Delta x'/\Delta t'$

•Se uso le trasformazioni di Lorentz:

$$\Delta x' = \gamma\,(\Delta x - \Delta t\, u) \text{ e } \Delta t' = \gamma\,(\Delta t - \Delta x\, u/c^2)$$

da cui:

$$v' = \Delta x'/\Delta t' = (\Delta x - \Delta t\, u)/\ (\Delta t - \Delta x\, u/c^2) = (v-u)/\,(1-uv/c^2)$$

•Da questa vedo che se v=c allora anche v'=c e dunque A, B e D sono consistenti fra loro.

Nota:
velocita'=spazio/tempo, ***entrambi*** *misurati nello stesso riferimento*

Es: dimostrare che se v=c allora v'=c per una arbitraria orientazione di v ed u

Trasformazioni di Galileo o di Lorentz?

•Dire che A, B e D sono consistenti non significa dire che sono vere.

•E' l'esperimento a dire che cosa ha scelto la natura, se le trasformazioni di Galileo o quelle di Lorentz.

•Attenzione che l' esperimento non prova mai che una teoria e' vera.

-Un esperimento puo' falsificare una teoria: se il risultato e' diverso dalla previsione teorica, allora la teoria e' sbagliata.

-Se l'esperimento da' risultati in accordo con le previsioni, allora la teoria e' coerente con l' esperimento, ma non e' dimostrato che sia vera.

•Tutti gli esperimenti effettuati in oltre un secolo sono coerenti con la teoria della relativita', e dunque A, B e D appaiono coerenti non solo fra di loro, ma con la descrizione osservativa del mondo fisico

•Esistono molti esperimenti che sono in contraddizione con le trasformazioni di Galileo….

L' esperimento di Michelson-Morley (1886)

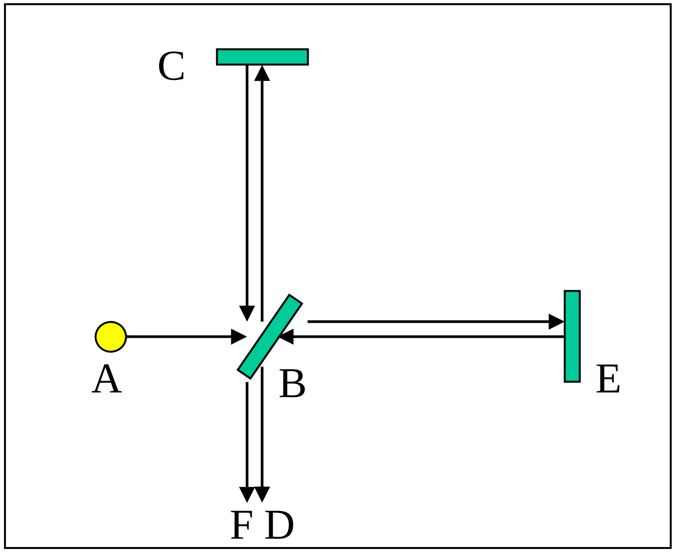
•La domanda e' se la velocita' della luce sia la stessa in ogni riferimento.

•M&M cercarono di determinare la velocita' **u** della terra rispetto all' etere da **c'=c - u** (come previsto dalle trasformazioni di Galileo) e trovarono u=0, ossia c= c' , entro gli errori di misura.

•Si fanno interferire i raggi in F e D corrisponenti ai due cammini ottici

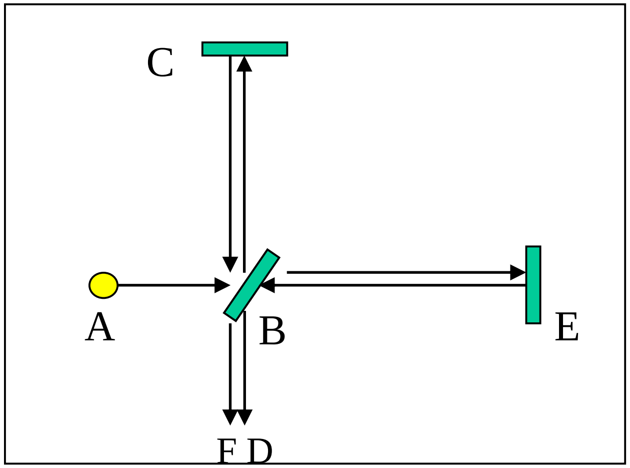
ABEBD e ABCBF. Dalle frange di interferenza si ricava la differenza dei tempi di arrivo Δt.

•Si osserva $\Delta t = 0$, entro gli errori di misura (vedi dopo).



*-**A**=sorgente ; **B**=specchio semiriflettente; **C** ed **E** specchi. Bracci di ugual lunghezza **L***

Che cosa misuro con M&M?



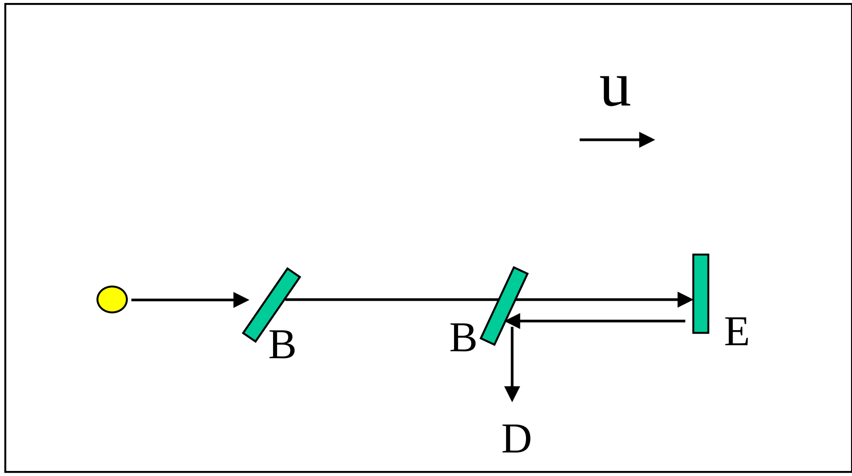
- Analizziamo l' esperimento in un riferimento S ("etere", stelle fisse) in cui $v_{luce}=c$ e sia u la velocita' della terra rispetto a questo.
- Chiamo $L_{//}$ e L_t le lunghezze dei due bracci in S.
- Nella direzione // ho:

$ct_{and}= L_{//} + u\, t_{and}$ e $ct_{rit}= L_{//} - u\, t_{rit}$

da cui:

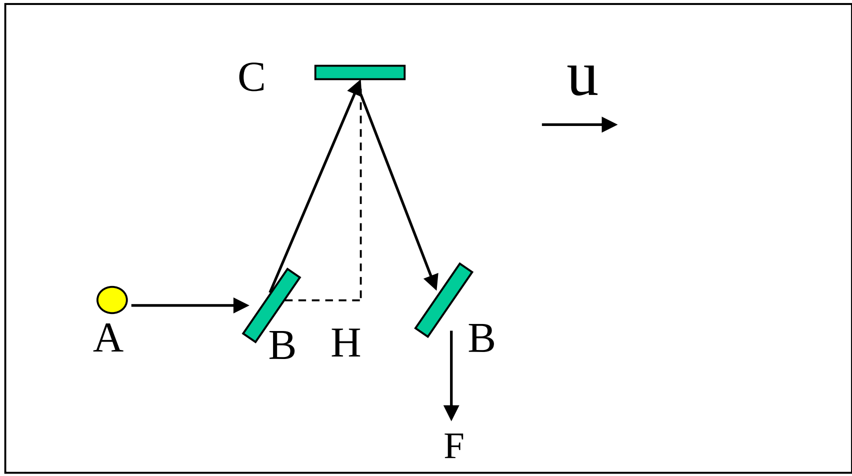
$t_{BEB}=t_{and}+t_{rit}=L_{//}/(c-u)+L_{//}/(c+u)] \Rightarrow$

$$t_{BEB}=2 L_{//} / [c(1-u^2/c^2)]$$



- Nella direzione trasversa, dal teorema di Pitagora a CBH ho $c^2 t_{BC}^2= L_t^{\,2}+u^2 t_{BC}^2$ da cui:

$$t_{BCB}=2t_{BC}= 2 L_t /[c(\sqrt{1-u^2/c^2})$$

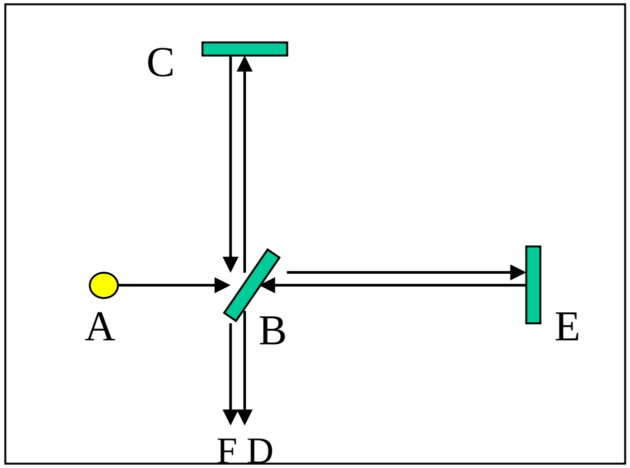


- Ne segue:

$$\Delta t = \frac{2}{c}\left(\frac{L_{//}}{1-u^2/c^2} - \frac{L_t}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \right)$$

NB: finora non ho usato nessuna trasformazione, ma solo geometria.

Che succede se uso le trasformazioni di Galileo?



•Le lunghezze dei due bracci nel riferimento S (dell' etere) sono le stesse che nel riferimento della terra, dove valgono L, quindi:

$$L_{//} = L_t = L$$

Ne segue:

$$\Delta t = \frac{2}{c}\left(\frac{L_{//}}{1-u^2/c^2} - \frac{L_t}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\right) =$$

$$= \frac{2}{c} L\left(\frac{1}{1-u^2/c^2} - \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\right)$$

•Se sperimentalmente $\Delta t=0$ significa u= 0, e dunque il riferimento della terra e dell'etere coincidono.

•Ma la terra ruota su se stessa, e ruota intorno al sole. Quindi se u=0 a un certo istante non puo' essere u= 0 sempre.

•Occorre dunque abbandonare le trasformazioni di Galileo*

*…*Se l'esperimento e' sufficientemente accurato…(vedi dopo)*

La trasformazione delle lunghezze

- Esaminiamo l'interferometro dalla terra (S') e dal riferimento, ad es. delle stelle fisse (S).
- I bracci dell'interferometro sono fermi in S' e sono lunghi L.
- I bracci si muovono con velocita' u rispetto ad S
- La misura dei bracci in S e' data dal confronto delle posizioni degli estremi, allo stesso tempo. Devo dunque misurare:

$$L_{//}=\Delta x= x_B-x_E \text{ per } \Delta t=t_B-t_E=0$$

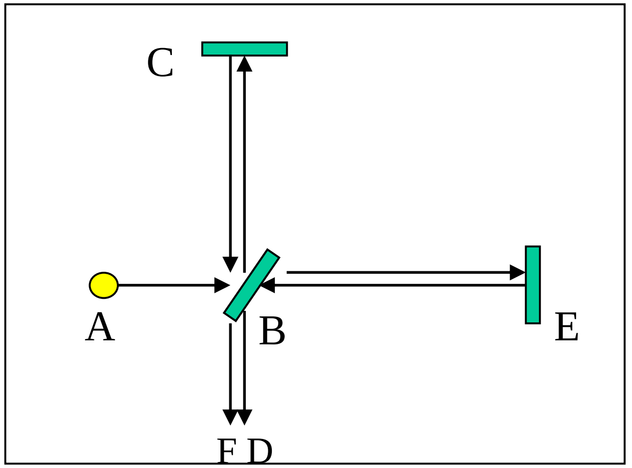
Dalle trasformazioni di Lorentz ho

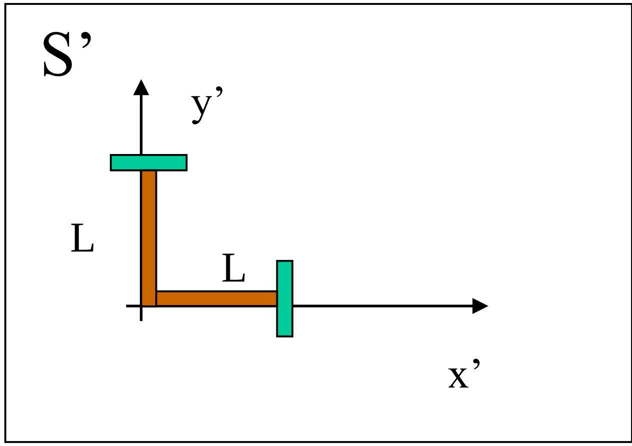
$\Delta x'=\gamma(\Delta x-\cancel{u\,\Delta t}) \rightarrow L=\gamma L_{//}$ -> $\mathbf{L_{//}=L/\gamma}$

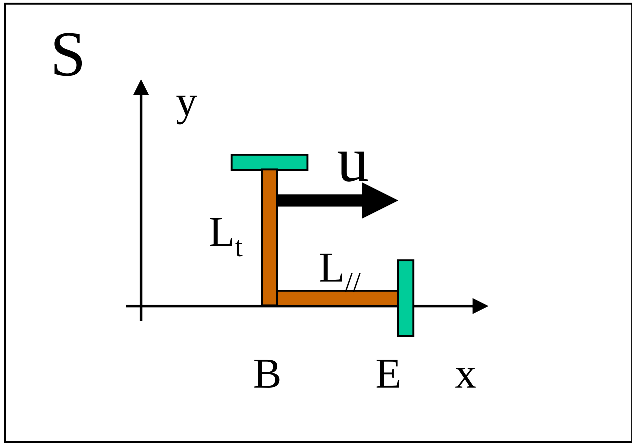
La lunghezza del braccio parallelo misurata nel riferimento in cui questo si muove $L_{//}$ e' piu' piccola di L, per un fattore:

$$\frac{1}{\gamma}=\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

(Contrazione delle lunghezze)







Che succede nella direzione trasversa?

•Esaminiamo l'interferometro dalla terra (S') e dal riferimento, ad es. delle stelle fisse (S).

•I bracci dell'interferometro sono fermi in S' e sono lunghi L.

•I bracci si muovono con velocita' u rispetto ad S

•La misura dei bracci in S e' data dal confronto delle posizioni degli estremi, allo stesso tempo. Devo dunque misurare:

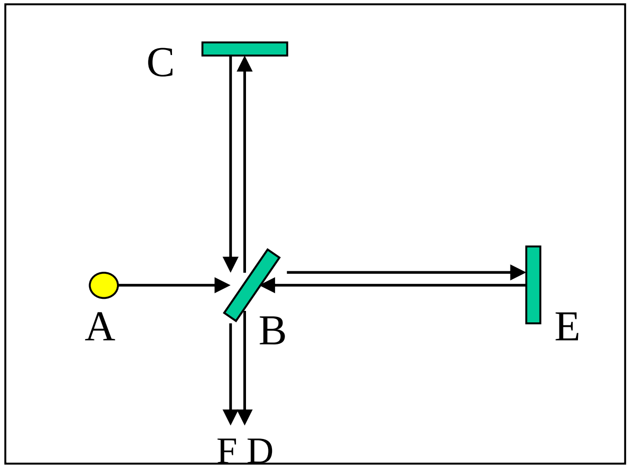
$$L_t=\Delta y= y_B-y_E \text{ per } \Delta t=t_B-t_E=0$$

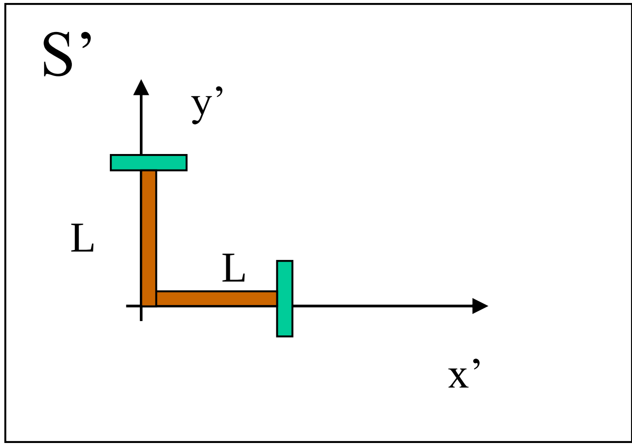
Dalle trasformazioni di Lorentz ho

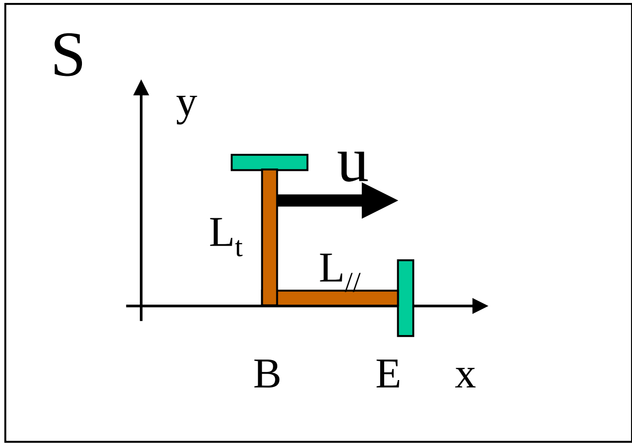
$\Delta y'=\Delta y$ -> **$L=L_t$**

La lunghezza del braccio trasverso misurata nel riferimento in cui questo si muove L_t e' uguale ad L.

(Non c'e' contrazione delle lunghezze nella direzione trasversa)







L'esperimento di M&M e le trasformazioni di Lorentz

$$\Delta t = \frac{2}{c}\left(\frac{L_{//}}{1-u^2/c^2} - \frac{L_t}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\right)$$

$$\gamma = 1/\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

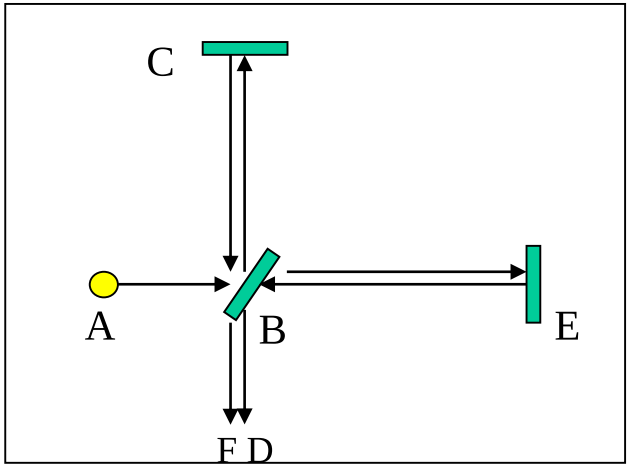
Riprendiamo l' espressione per il ritardo,

ossia $\Delta t = (2/c)\,[L_{//}\gamma^2 - L_t\gamma)$.

•Sostituendo le espressioni trovate usando le trasformazioni di Lorentz,

$L_{//} = L/\gamma$ e $L_t = L$

si vede immediatamente che $\Delta t = 0$, cioe' il risultato dell' esperimento e' coerente con le trasformazioni di Lorentz.

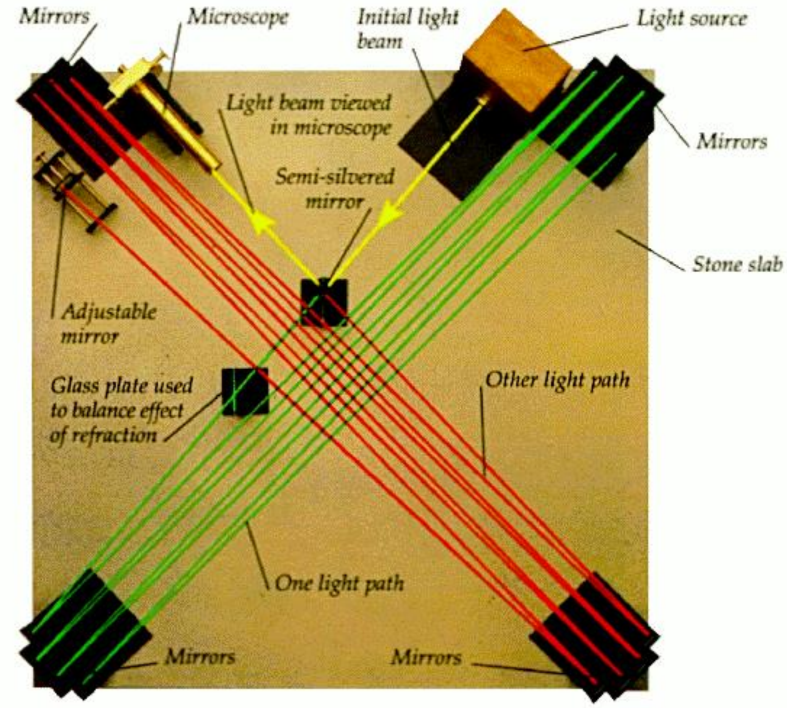


Nota:

Si puo' vedere tutto cio' in un modo piu' semplice.

Se valgono le trasf. di Lorentz, allora anche sulla terra $v_{luce}=c$, dunque $t_{BEB}=2L/c$ e $t_{BCB}= 2L/c$ e quindi $\Delta t=0$.

L'accuratezza dell' interferometro di Michelson



•E' un metodo molto preciso, in quanto si possono determinare differenze di cammini ottici dell' ordine della lunghezza d'onda.

•Per la luce visibile

$$\lambda \approx 5\ 10^{-5}\ cm$$

ossia:

$$\delta t \approx \lambda / c \approx 10^{-15} s\ .$$

Per comprendere la sensibilita' dello strumento confronto δt col tempo t impiegato dalla luce per percorrere un tratto $d=2L$.

• Per $d=2L \approx 500 cm$ la sensibilita' e' :

$$s= \delta t/t=\lambda /d \approx 10^{-7}.$$

•Notare che la sensibilita' cresce con la lunghezza del percorso.

•Michelson usava un sistema di riflessioni multiple in modo da poter raggiungere valori di

$$\boldsymbol{s=\delta t/t \approx 10^{-9}}$$

Perché serve questa precisione?

•L' apparato doveva essere sensibile agli effetti del moto della terra per:

$$\boxed{\Delta t = \tfrac{2}{c}\left(\frac{L_{//}}{1-u^2/c^2} - \frac{L_t}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\right)}$$

•Se $L_{//}=L_t=L$ ho:

$$\boxed{\Delta t = \tfrac{2}{c}L\left(\frac{1}{1-u^2/c^2} - \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\right)}$$

•La velocita'di rivoluzione e' u $\approx$30 km/s e quindi $u/c \approx 10^{-4}$. Posso sviluppare in serie l'espressione fra parentesi tenendo il primo termine dello sviluppo in serie. In questo modo trovo:

$$\boxed{\Delta t = \tfrac{2}{c}L\frac{u^2}{2c^2}}$$

•Se chiamo t= 2L/c ho $\Delta t/t = (u/c)^2/2 \approx 5 10^{-9}$, ossia mi aspetto di avere un effetto di 5 parti per miliardo.

•Un' accuratezza di almeno 10^{-9} e' necessaria per potere osservare l'effetto previsto dalla teoria classica, o confutarla.

Verifiche recenti dell'invarianza di Lorentz

- L'invarianza per trasformazioni di Lorentz e' una legge esatta o solo un'ottima approssimazione?
- Confrontando le frequenze di due cavita' a microonde si puo' confrontare la velocita' della luce in direzioni diverse.
- Risultati recenti mostrano che non c'e' variazione, a livello di 10^{-13}.

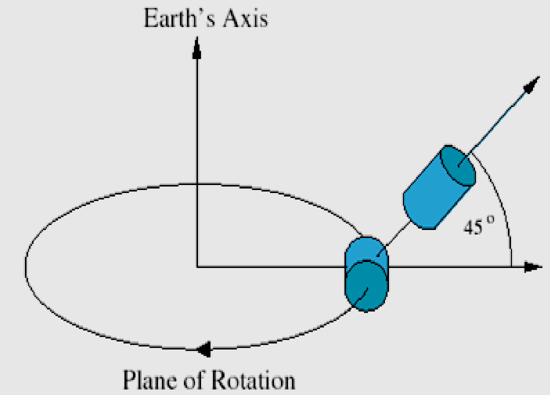


FIG. 1 (color online). Ideal arrangement of two microwave cavities relative to Earth's rotational axis which maximizes sensitivity to sidereal and twice-sidereal variations in the beat frequency. Actual tilt angle is the latitude of the laboratory.

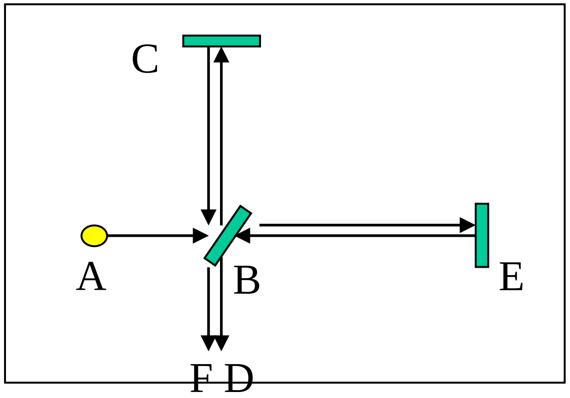
VOLUME 90, NUMBER 6 PHYSICAL REVIEW LETTERS week ending 14 FEBRUARY 2003

New Limit on Signals of Lorentz Violation in Electrodynamics

J. A. Lipa,* J. A. Nissen, S. Wang, D. A. Stricker, and D. Avaloff
Physics Department, Stanford University, Stanford, California 94305
(Received 19 November 2002; published 12 February 2003)

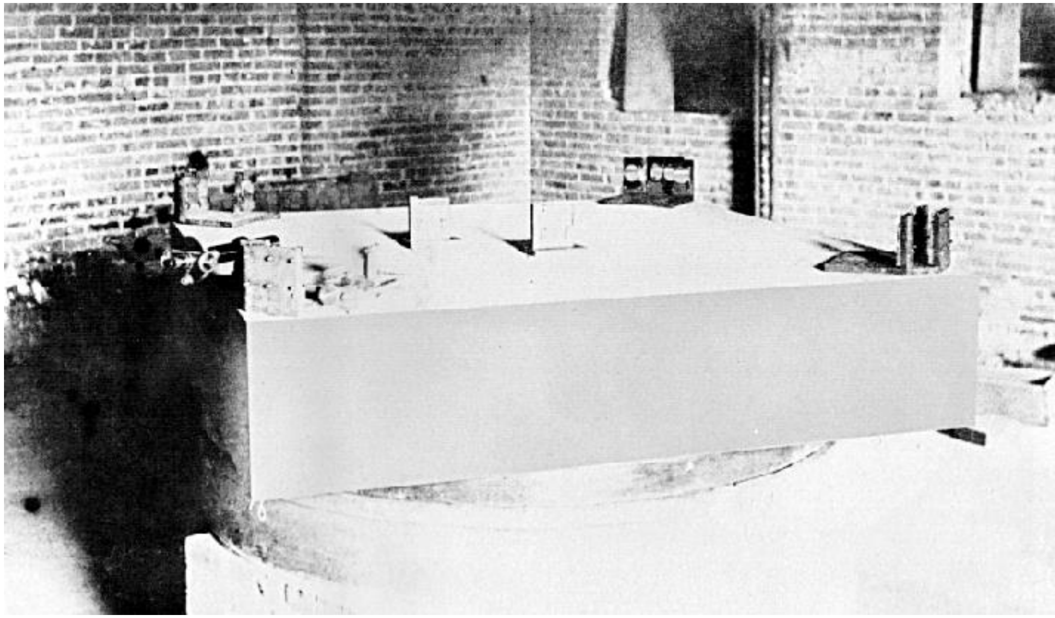
We describe the results of an experiment to test for spacetime anisotropy terms that might exist from Lorentz violations. The apparatus consists of a pair of cylindrical superconducting cavity-stabilized oscillators operating in the TM_{010} mode with one axis east-west and the other vertical. Spatial anisotropy is detected by monitoring the beat frequency at the sidereal rate and its first harmonic. We see no anisotropy to a part in 10^{13}. This puts a comparable bound on four linear combinations of parameters in the general standard model extension, and a weaker bound of $<4 \times 10^{-9}$ on three others.

Un secolo di interferometri alla Michelson



•Gli interfermometri tipo Michelson e Morley sono usati ancora oggi.

•Sono in fase di realizzazione interferometri con bracci L$\approx$km (Ligo negli USA, Virgo In Italia) al fine di osservare le deformazioni dello spazio al passaggio di onde gravitazionali prodotte in collassi stellari.



•Sono in fase di progetto interferometri nello spazio (LISA) con bracci dell' ordine di 10^6Km per ottenere ancora maggiore sensibilita'.

Virgo*

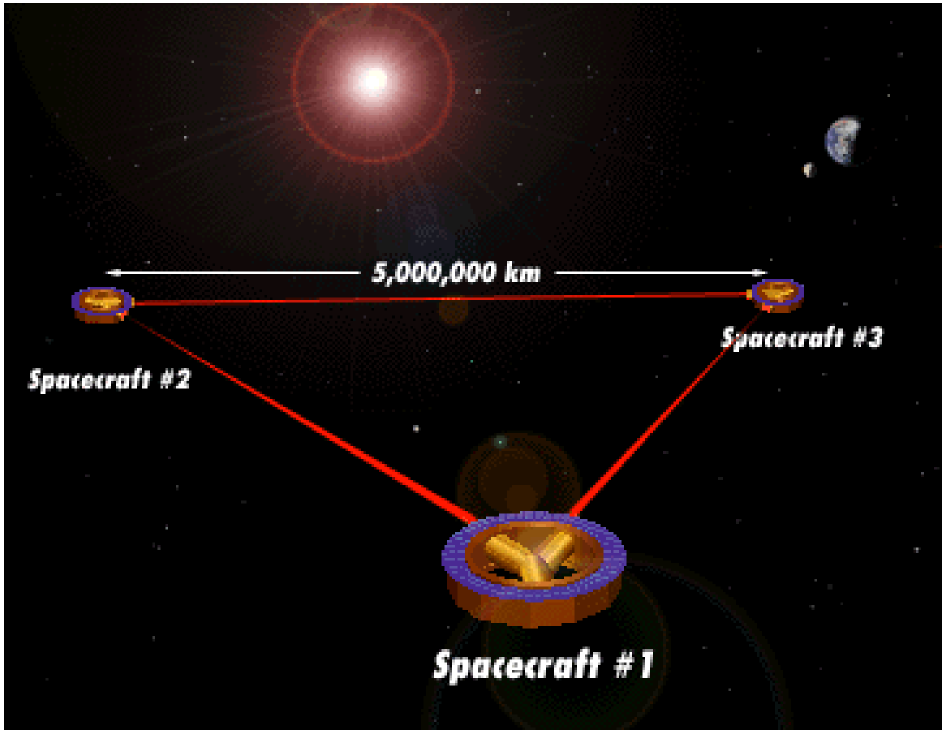
- The Virgo **project** consists mainly in a Michelson laser interferometer made of two orthogonal arms being each 3 kilometres long.
- Multiple reflections between mirrors located at the extremities of each arm extend the effective optical length of each arm up to 120 kilometres.
- Virgo is located at Cascina, near Pisa on the Arno plain.

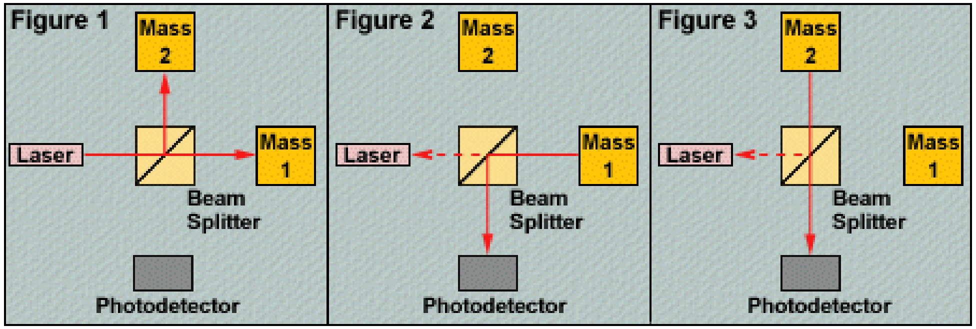
•The frequency range of Virgo extends from 10 to 6,000 Hz. This range as well as the expected very high sensitivity should allow detection of gravitational radiation produced by supernovae and coalescence of binary systems in the milky way and in outer galaxies, for instance from the Virgo cluster.

http://www.virgo.infn.it/

Lisa*

- The Laser Interferometer Space Antenna (LISA) consists of three spacecraft flying 5 million kilometers (km) apart in the shape of an equilateral triangle as shown above. The center of the triangle formation will be in the ecliptic plane 1 AU from the Sun and 20 degrees behind the Earth.
- The main objective of the LISA mission is to observe gravitational waves from galactic and extra-galactic binary systems, including gravitational waves generated in the vicinity of the very massive black holes found in the centers of many galaxies.





* http://lisa.jpl.nasa.gov/

La trasformazione dei tempi

•Il punto piu' "sconvolgente" delle trasformazioni di Lorentz e' che non esiste un tempo assoluto.

•Considero due eventi A e B che in S' avvengono nello stesso punto, separati da un intervallo di tempo τ.

$$A=(x',0) \qquad \Delta x'=0$$

$$\rightarrow$$

$$B=(x',\tau) \qquad \Delta t'=\tau.$$

•La relazione con le coordinate in un altro riferimento S, ripetto al quale S' si muove con velocita' u, e':

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - u\,\Delta t) \quad \rightarrow \quad \Delta x = u\,\Delta t$$

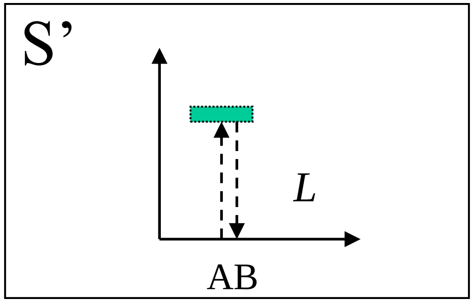
$$\Delta t' = \gamma(\Delta t - u\,\Delta x/c^2) \quad \rightarrow \quad \Delta t' = \gamma\Delta t(1-u^2/c^2)$$

•Se voglio trovare il tempo Δt corrispondente ai due eventi in in S ho :

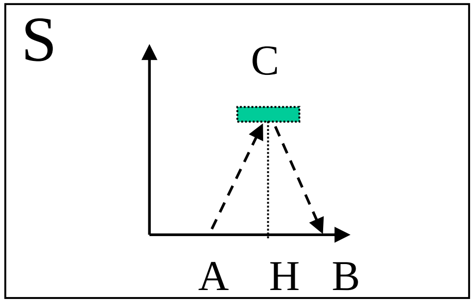
$$\boldsymbol{\Delta t=\gamma\tau}$$

•Poiche' $\gamma\geq 1$ il tempo trascorso, nel riferimento in cui i due eventi sono in moto e' maggiore che nel riferimento di quiete (DILATAZIONE DEI TEMPI)

L'orologio a luce



In S' τ=2L/c



In S, lo stesso ragionamento fatto per M&M mostra che: $\Delta t=t(ACB)=2t(AC)=\gamma(2L/c)$. *Ossia:*

$$\boldsymbol{\Delta t= \gamma\,\tau.}$$

Attenzione: se vale il principio di relativita', questo vero per ogni orologio (atomico, meccanico, biologico)altrimenti esiterebbe un riferimento privilegiato

Riferimento di quiete e tempo proprio

•Il riferimento di quiete di un processo e' quello in cui il processo avviene in un punto determinato.

•Il tempo proprio di un processo e' quello misurato nel riferimento di quiete

•Ad esempio, se considero un processo di decadimento:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \text{anti-}\nu$$

•Il riferimento di quiete (S') e' quello in cui i μ stanno fermi. In questo riferimento il numero di μ ancora presenti dopo un tempo t' e' :

•$N(t')=N_o \exp(-t'/\tau)$

•Dove τ =2.2 μs e' la vita media del muone*.

** NB: La vita media e' il tempo medio di decadimento* ***misurato nel riferimento di quiete***

•I muoni sono un orologio (subnucleare): posso utilizzare il loro numero per decidere quanto tempo e' trascorso (t').

•Se sono in un riferimento (S) in cui i muoni si muovono con velocita' v il loro numero cambia nel tempo secondo una legge diversa, data dalla dilatazione dei tempi:

$$N(t)= N_o \exp(-t/ t_{dec})$$

•In S il tempo di decadimento e' piu' lungo per un fattore γ rispetto al tempo di decadimento nel riferimento in cui i muoni sono fermi:

$$t_{dec} = \gamma\tau$$

L’esperimento di Hall e Rossi (1941)

•I muoni sono prodotti nell’ alta atmosfera per interazione dei raggi cosmici primari coi nuclei di O e N nell’ aria. Hanno velocita’ prossime a quelle della luce. A livello del mare, sono la componente piu’ abbondante della radiazione cosmica ($\approx 1/cm^2$/minuto). La loro vita media e’ τ=2.2μs

•Hall e Rossi contavano N_0 =568 μ/ora a H=2000 m. sul l.d.m. Con lo stesso apparato contavano N_1=412 μ/ora al l.d.m.

•A una velocita’ vicina a quella della luce, il tempo per percorrere H e’

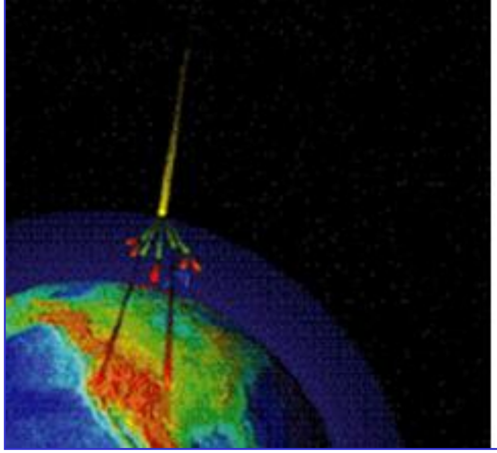
$$t=H/c= 6.6\ 10^{-6}s = 3\ \tau.$$

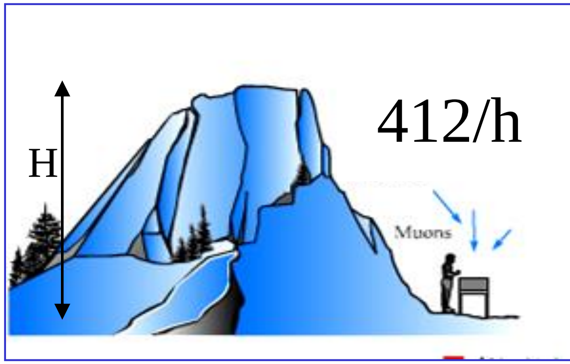
Il numero di quelli sopravvissuti dopo aver percorso H e’ $N = N_o \exp(-t/t_{dec})$.

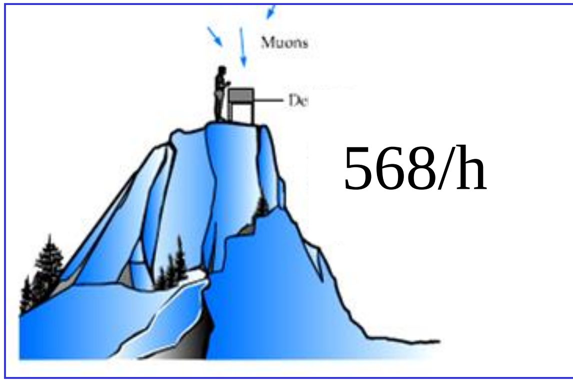
-Se fosse $t_{dec}= \tau$ dovrei averne $N_o\ e^{-3}$=28, un ordine di grandezza in meno di quelli osservati

-Dal numero osservato ricavo

$$t_{dec}=H/[c \ln(N_1/N_0)]=9\tau .$$







Esericizio: calcolare v/c corrispondente a $t_{dec}/\ \tau$=9.

Una verifica accurata della dilatazione del tempo:

•In un esperimento condotto al CERN*, muoni positivi sono accumulati in un anello dopo aver raggiunto

(1) $\gamma=29.327 \pm 0.004=29.327(1 \pm 1.4 \cdot 10^{-4})$

•Il tempo di decadimento misurato e'

(2) $t_{dec}(Ex)=(64.419\pm0.058)\mu s= 64.419\ (1 \pm 9 \cdot 10^{-4})\ \mu s$

•Il tempo di decadimento misurato in quiete e':

(3) $\tau= (2.19703\ \pm0.00004)\ \mu s =2.19703(1 \pm 2\ 10^{-5})\ \mu s$

•La predizione della teoria della relativita' e'

$$t_{dec}(Rel)=\gamma\tau= 64.4323(1\pm 1.4 . 10^{-4})$$

dove l' errore e' dominato da quello su γ.

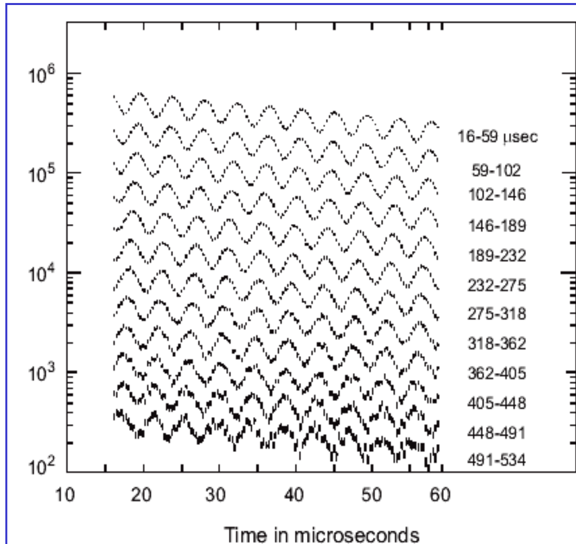
•Il confronto teoria esperimento da':

(4) $[t_{dec}(Ex)- t_{dec}(Rel)]/ t_{dec}(Rel)=(-2 \pm 9)\ 10^{-4}.$

dove l' errore e' dominato dall' incertezza su $t_{dec}(Ex)$.

•Il confronto (4) e' una verifica della dilatazione dei tempi con accuratezza a livello di una parte su mille

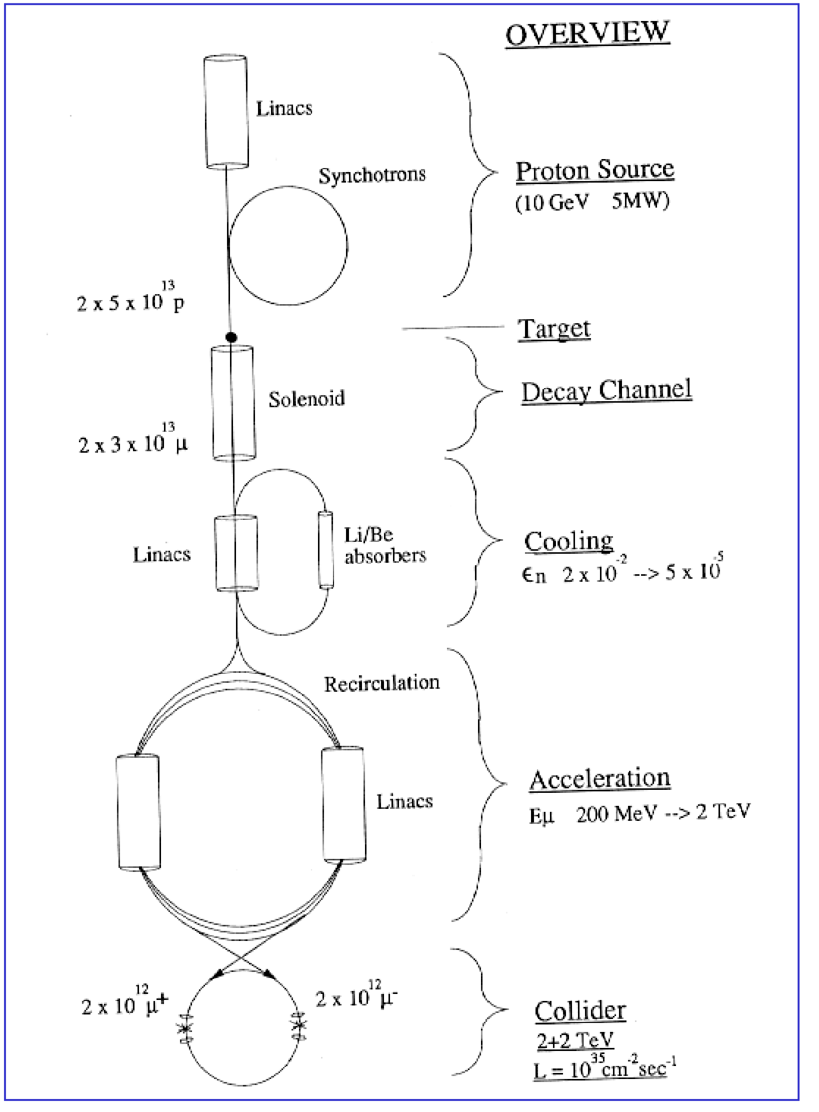
•*J. Bailey et al. in *Nature* **268** (1977), p. 301.



Es: verificare la (4), usando la propagazione degli errori di(1-3)

Collisionatori di muoni

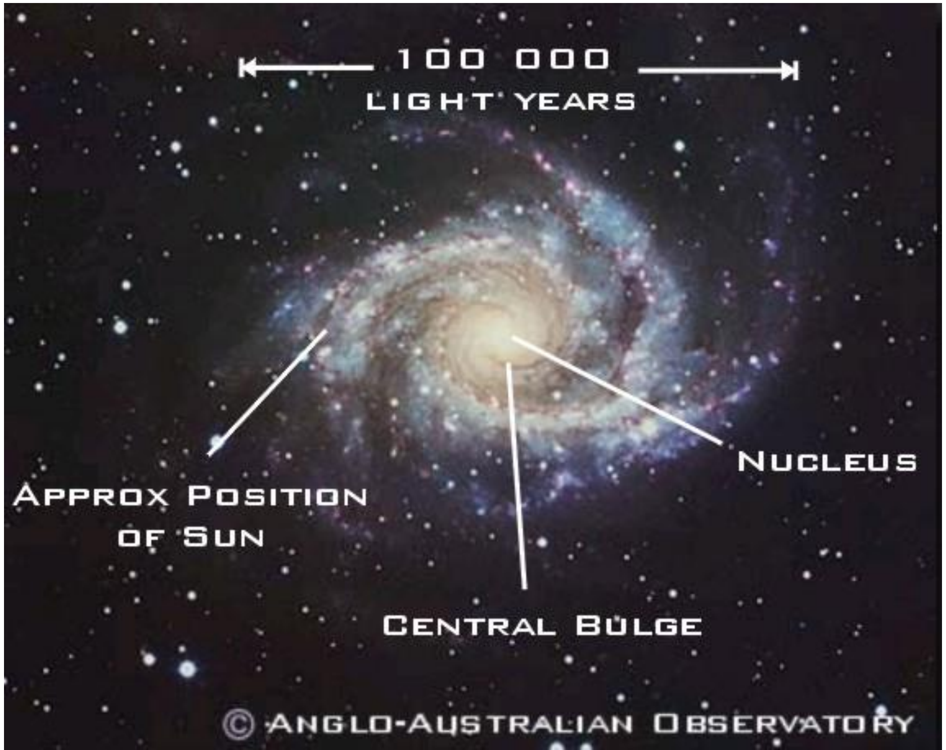
- Sfruttando la dilatazione temporale, sono in progetto dei collisionatori di muoni, dove fasci di μ+ e μ- vengono fatti scontrare, dopo aver raggiunto $\gamma=2\ 10^4$. (come si vedra' piu' avanti, $E=m\gamma c^2=2TeV$)
- A questo valore di $\gamma=2\ 10^4$ i muoni hanno $t_{dec}=4\ 10^{-2}$s, un tempo sufficiente perchè il processo di accelerazione e accumulo possa avvenire.
- È conveniente accelerare muoni anziché protoni perché tutta l'energia è concentrata in una sola particella (e non suddivisa fra i quark che compongono il protone)
- E' conveniente accelerare muoni anziché elettroni perché, a parità di campo magnetico, la perdita di energia per irraggiamento è estremamente inferiore

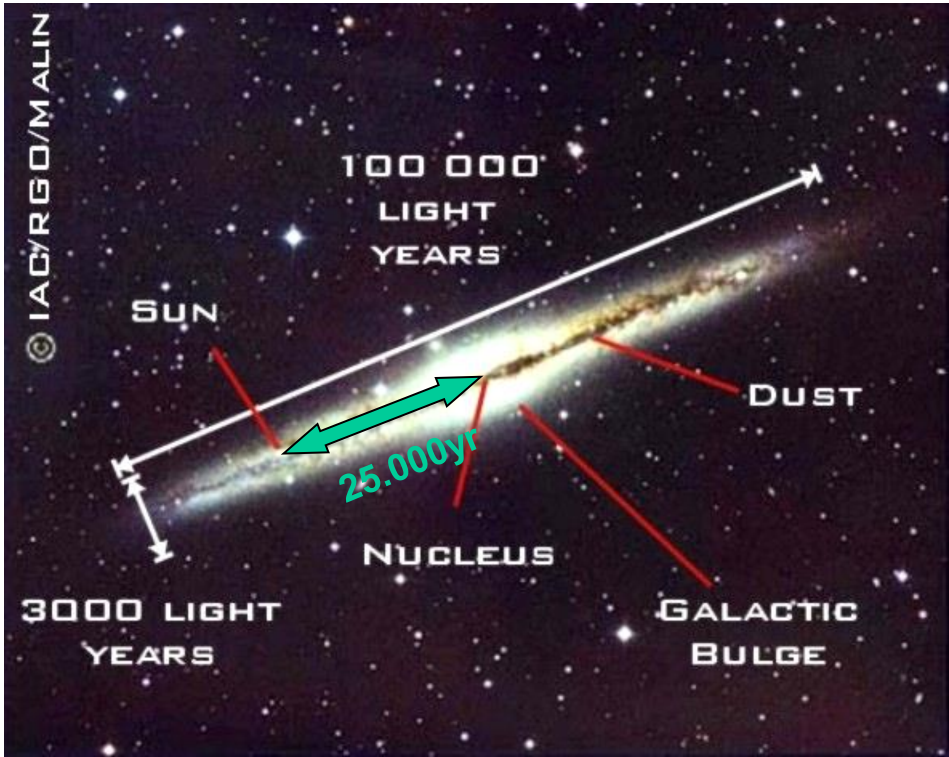


http://www.cap.bnl.gov/mumu/info/intro.html

Viaggi nella Galassia?

- In astronave con γ =20.000 un astronauta invecchia di un anno mentre l'astronave ha percorso 20.000 anni luce.
- Esiste la scienza, ma non ancora la tecnologia, per viaggi galattici.





Vettori

•In matematica, un vettore è un elemento di un insieme V, spazio vettoriale, in cui è definita un'operazione di somma e di prodotto per un elemento di un corpo (es. *R*,)

(1) $\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2} \in V \rightarrow \mathbf{a}= \mathbf{a_1}+\mathbf{a_2} \in V$ **(2)** $\mathbf{a} \in V$ e $\lambda \in R \rightarrow \lambda\mathbf{a} \in \mathbf{V}$

•I vettori che si studiano in meccanica soddisfano a 1) e 2) , inoltre si richiede che per rotazione si trasformino come la posizione **X**:

(3) $\mathbf{X} \rightarrow \mathbf{X'}= \mathbf{MX}$ allora $\mathbf{a} \rightarrow \mathbf{a'}=\mathbf{Ma}$

•Dove **M** e' una matrice di rotazione e il prodotto è righe per colonne

•Si definisce inoltre un' operazione di prodotto interno,

$$V \otimes V \rightarrow R$$

• che associa a due vettori un numero , il prodotto scalare:

•(4) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

•Questa quantità e'invariante per rotazioni.

•Da osservare che la norma-quadra di un vettore, $\mathbf{a}^2=\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}$, e' invariante per rotazioni, ed e'definita positiva.

•Da osservare che le componenti di un vettore hanno le stesse dimensioni

•L'uso di vettori (di scalari, tensori….) è utile in quanto le leggi della fisica sono invarianti per rotazioni. Se so che cosa succede in un sistema di riferimento , so anche quel che succede in un sistema in cui gli assi sono ruotati e viceversa.

•Questo è utile nello studio dei sistemi fisici, perchè in opportuni riferimenti il problema puo' essere semplificato.

… e quadrivettori

- Poiche' le leggi della fisica sono invarianti per trasformazioni di Lorentz, e' utile costruirci quantita'che abbiano il ruolo analogo dei vettori.
- Sono quadrivettori quelle quantità che, passando da un riferimento all'altro, si tasformano come lo spazio tempo $(x_0, \mathbf{x})=(ct, \mathbf{x})$:

$$
\begin{aligned}
x_0 &\rightarrow x_0' = \gamma\left(x_0 - x_{//}u/c\right)\\
x_{//} &\rightarrow x_{//}' = \gamma\left(x_{//} - x_0 u/c\right)\\
x_t &\rightarrow x_t' = x_t
\end{aligned}
$$

- Cioè una osservabile è un quadrivettore se:
  - In un riferimento S e' descritta da una quaterna $A = (a_o, a_1, a_2, a_3)$
  - In ogni altro riferimento S' in moto rettilineo uniforme rispetto al primo ho $A' = (a'_o, a'_1, a'_2, a'_3)$ dove:

$$
\begin{aligned}
a_0 &\rightarrow a_0' = \gamma\left(a_0 - a_{//}u/c\right)\\
a_{//} &\rightarrow a_{//}' = \gamma\left(a_{//} - a_0 u/c\right)\\
a_t &\rightarrow a_t' = a_t
\end{aligned}
$$

- Per la linearità delle trasformazioni di Lorentz:
  - se A e B sono quadrivettori, allora anche $A+B$ lo è.
  - Se A e' un quadrivettore e λ una quantita' invariante per trasformazioni di Lorentz, allora λA e' un quadrivettore.

Scalari per trasformazioni di Lorentz

- Si chiamano scalari per Lorentz quelle quantità che sono invarianti per trasformazioni di Lorentz.
- Dati due quadrivettori $A= (a_0, a_1, a_2, a_3)$ e $B= (b_0, b_1, b_2, b_3)$ definisco il prodotto scalare per Lorentz come:

$$A\,B = (a_0 b_0 - \mathbf{a}\cdot\mathbf{b}) = (a_0 b_0 - a_1 b_1 - a_2 b_2 - a_3 b_3)$$

- **Si dimostra che *AB* è invariante per trasformazioni di Lorentz, cioé:**

$$\boldsymbol{AB} = (a_0 b_0 - \mathbf{a}\cdot\mathbf{b}) = (a'_0 b'_0 - \mathbf{a}'\cdot\mathbf{b}') = \boldsymbol{A'B'}.$$

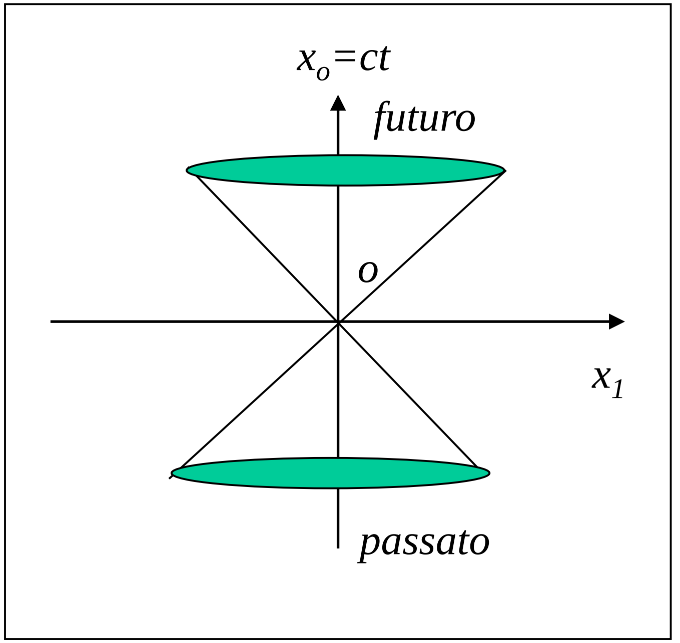
- Dato un quadrivettore A, posso associargli un invariante relativistico, facendo il prodotto scalare di Lorentz con se stesso:

$$A^2 = A\,A = a_0 a_0 - \mathbf{a}\cdot\mathbf{a}$$

- Attenzione che questo invariante può essere > , = o <0.
- Si distinguono quadrivettori di tipo:
  - tempo, (time-like) : $A^2>0$, *cioé il segno è quello corrispondente a un vettore che ha non nulla solo la componente temporale*
  - luce (light-like): $A^2 = 0$ *come i quadrivettori che descrivono raggi di luce* $(c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 = 0)$
  - spazio (space like): $A^2<0$ *cioè il segno è quello corrispondente a un vettore che ha non nulla solo le componente spaziali*

Il cono luce e gli eventi causalmente connessi

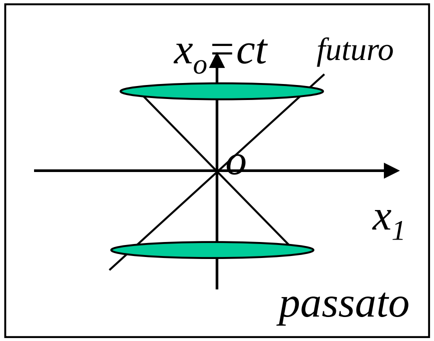
- La velocità della luce nel vuoto è una velocità limite per ogni segnale.
- Se sono nell' origine (spazio temporale) ogni segnale che posso inviare andrà nel cono $x_0^2=(ct)^2 \geq |\mathbf{x}|^2$ con $t>0$, il futuro.
- Posso ricevere segnali emessi dalla regione $x_0^2=(ct)^2 \geq |\mathbf{x}|^2$ con $t<0$, il passato.
- Nello spazio tempo, il cono $x_0^2=(ct)^2 \geq |\mathbf{x}|^2$ rappresenta la ragione dello spazio tempo con cui sono causalmente connesso (cioè che può influenzarmi,e che posso influenzare, in un rapporto di causa effetto)
- La superficie del cono $x_0^2=(ct)^2 = |\mathbf{x}|^2$ si chiama "cono luce": rappresenta il bordo del passato e del futuro, quell' insieme di eventi cui si può essere connessi solo da segnali luminosi.



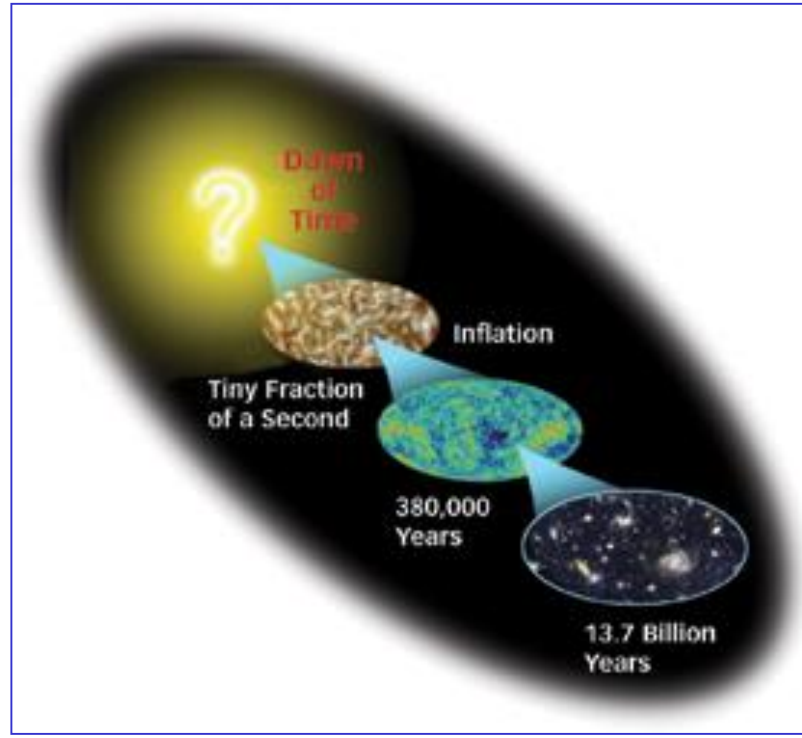
•In generale, due eventi $X_1=(ct_1,\mathbf{x}_1)$ e $X_2=(ct_2,\mathbf{x}_2)$ sono causalmente connessi se l' intervallo spazio temporale soddisfa a:

$(X_1 - X_2)^2= (ct_1 - ct_2)^2 - (\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2)^2 \geq 0$

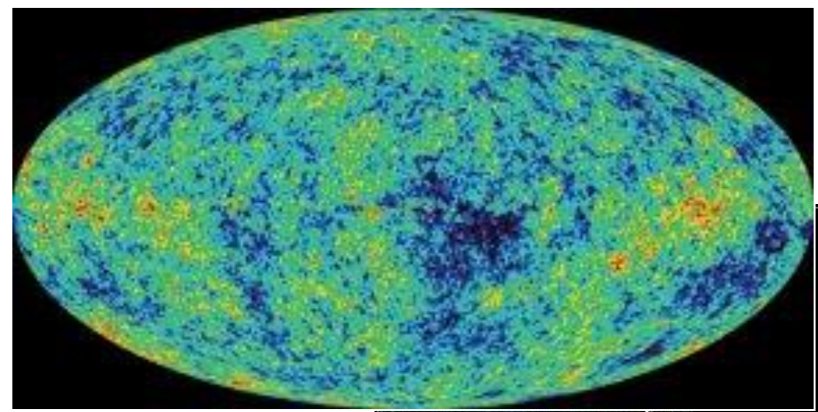
•Questa caratterizzazione è invariante per Lorentz



WMAP*:Lontano nello spazio e nel tempo



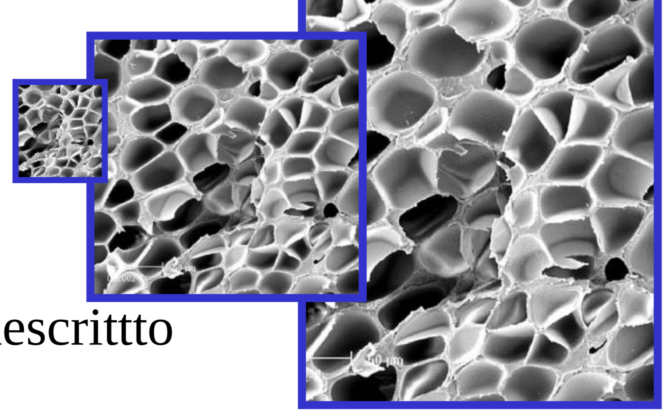
- Guardare lontano nello spazio significa anche guardare lontano nel tempo. Fin dove siamo arrivati?
- Nel Febbraio 2003 WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Observatory) ha prodotto immagini di eccezionale dettaglio dell' universo, misurando la radiazione e.m. prodotta 380.000 anni dopo il big bang, che ci arriva nella regione delle microonde
- WMAP fissa l'età dell'universo a 13.7 Gyr, con un errore dell'ordine del %.
- Osserva anche regioni da cui proviene radiazione polarizzata, segno della presenza di materia che diffonde la radiazione, fissando l'era delle formazione di strutture (galassie? ammassi?) a circa 200.000.000 di anni dal big bang.



•Il telescopio Hubble ha prodotto immagini di Galassie giovani, quando la loro eta' era di circa 1 Gyr

•* *http://map.gsfc.nasa.gov/*

Spazio tempo continuo?



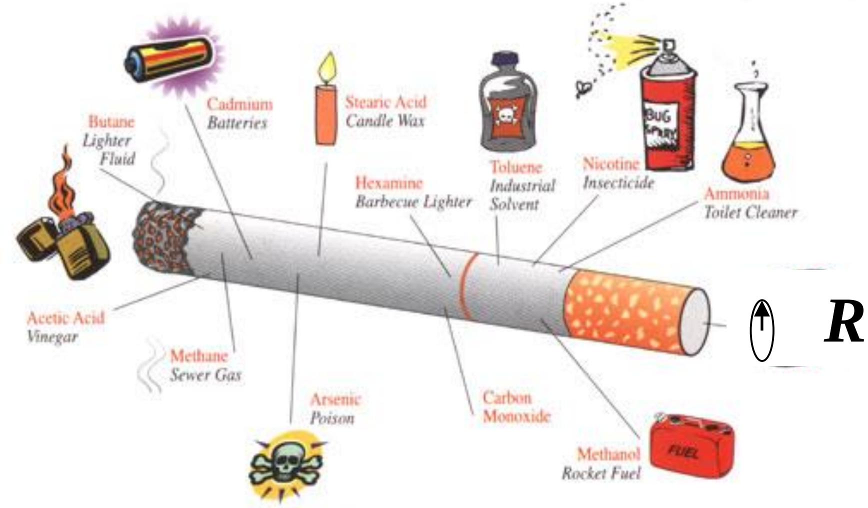
- Un' ipotesi implicita e' che lo spazio-tempo sia descrittto da R^4.
- Si puo' escludere che lo spazio tempo abbia una struttura "granulare"?
- In altri termini: la descrizione in termini di una varieta' continua corrisponde a una proprieta' dello spazio tempo o ad una, sia pur accurata, approssimazione?
- A una struttura granulare corrisponde una scala di lunghezze l_{fun}.
- Nessun esperimento ha rivelato questa scala, ma si e' potuto porre un limite superiore, cioe' se esiste deve essere:

$$l_{fun} < 10^{-16}\text{cm}.$$

- Questo segue dal fatto che esperimenti di urto di elettroni, con energie di circa E= 200 GeV, sono coerenti con una descrizione continua in R^4.
- In questi esperimenti, in cui l'indeterminazione sull'impulso puo' raggiungere $\Delta p = E/c = 200\text{GeV}/c$, per il principio di indeterminazione si possono esplorare distanze fino a $\Delta x = \hbar / \Delta p = \hbar c / E = 10^{-16}\text{cm}$.*

- *Una quantita' utile e' $\hbar c = 0.2$ GeV fm $= 0.2$ GeV $\cdot 10^{-13}$cm

Solo quattro dimensioni?



- E' un fatto empirico che gli eventi siano descritti da tre coordinate spaziali e una temporale.
- Possiamo escludere l'esistenza di ulteriori dimensioni?
- Se non le percepiamo, queste dimensioni devono essere "compatte", caratterizzate da una scala di distanze piccola rispetto a quello che possiamo percepire.
- Ad esempio, un foglio di carta (varietà bidimensionale) puo' essere arrotolata a formare un cilindro, con un raggio R. Se lo osservo con una radiazione di lunghezza d'onda λ, posso percepirne la dimensione finche' R> λ. Viceversa se λ >>R a tutti gli effetti fisici posso considerare il cilindro come una varieta' unidimensionale.
- Gli esperimenti finora svolti, riguardo alla propagazione di campi elettro-magnetici (e deboli) escludono extra-dimensioni con raggi R $>10^{-16}$cm.
- Notare che, come nel caso della granularità, anche qui si tratta di determinare una lunghezza caratteristica.

Le unita' naturali : $\hbar$= c =1   a)

- Un sistema di unità di misura richiede di fissare **tre** campioni caratteristici, le unita' di misura (ad es. M L T);
- E' un fatto empirico che ogni misura fisica puo' essere espressa in termini di rapporti/confronti rispetto a questi campioni.
- Le unita' di misura possono essere fissate arbitrariamente, secondo convenienza (es. fisica atomica, microbiologia, astronomia…)
- Nel sistema delle unita' naturali, si scelgono come campione due costanti universali della fisica, *c* ed $\hbar$. In tal modo si sono fissate le unita' di velocita'$[L\,T^{-1}]$ e di azione $[ML^2T^{-1}]$.
- In questo sistema ogni velocita' e' rappresentata con un numero, che esprime il rapporto rispetto alla velocita' della luce; analogamente per il momento angolare, che e' espresso in unita' di $\hbar$.
- Il sistema non e' completo, in quanto ho bisogno di una terza grandezza E_0 che posso scegliere (arbitrariamente) con le dimensioni di un'energia. Le unita' di massa, lunghezza, tempo e massa sono, in questo sistema:

$$M_o = E_o/c^2 \;\; ; L_o = \hbar c/E_o \;\; ; t_o = \hbar /E_o \; .$$

Le unita' naturali : $\hbar = c = 1$ b)

$M_o = E_o/c^2$; $L_o = \hbar c / E_o$; $t_o = \hbar / E_o$.

- In questo modo, le masse si misurano in termini di energia; posso dire che la massa ha le stesse dimensioni di un energia, analogamente le lunghezze hanno le dimensioni dell'inverso di un'energia e lo stesso per i tempi
- Se pongo E_0=1GeV, ho M_o=1.6 10^{-24}g , L_o= 0.197 10^{-13}cm e t_o=0.66 10^{-24}s
- Sono unita' "naturali" per la fisica nucleare e subnucleare, se tengo conto delle masse dei nuclei ($\approx 10^{-24}$g) , delle loro dimensioni ($\approx 10^{-13}$cm) e del tempo impiegato dalla luce per attraversarli ($\approx 10^{-24}$s).
- A questo punto, ogni quantita' fisica puo' essere espressa in termini di $[\mathrm{GeV}]^{\alpha}$, con un opportuno valore del coefficiente α.
  - Al posto di m daro' $E=mc^2$ -> $\alpha=1$
  - Al posto di t daro' $1/E= t/\hbar$ -> $\alpha=-1$
  - Al posto di l daro' $1/E= l/\hbar c$ -> $\alpha=-1$

Un fattore di conversione utile e' $\hbar c$ =0.2 GeV Fermi: a una lunghezza di 1 Fermi corrisponde 1/5 GeV^{-1}

Le unita' di Planck: $\hbar = c = G_N = 1$

- Si puo' individuare completamente un sistema di unita' di misura se, oltre a c ed $\hbar$, introduco la costante di gravitazione universale

$$G_N=6.672\ 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2} \ ; [G_N]= [L^3 M^{-1} T^{-2}]$$

- Posso ricavarne immediatamente un'unita' di energia:

$$E_{planck}= c^2 (\hbar c/G_N)^{1/2} = 1.221\ 10^{19}\ GeV$$

- E quindi unita' di lunghezza e di tempo:

$$L_{planck}= (\hbar G_N /c^3)^{1/2} = 1.6\ 10^{-33} cm \ ;$$
$$T_{planck}= (\hbar G_N /c^5)^{1/2} = 0.54\ 10^{-43} s$$

- Le unita' di Planck sono le unita' piu' naturali per lo studio della cosmologia primordiale, cioe' quando l'universo aveva una temperatura tale che $KT \approx E_{planck}$, ossia temperature $\approx 10^{32}$ Kelvin. Questo succedeva a un tempo dell'ordine di 10^{-43}s dal big bang

La scala della gravita' quantistica

- Abbiamo appena visto che esiste una scala di lunghezza naturale, che posso costruire usando le costanti fondamentali della fisica, $\hbar$ c G

$$L_{planck} = [G\, \hbar/c^3]^{1/2} \approx 1.6\; 10^{-33}\ \mathrm{cm}$$

- Questa scala, ben lontanta dalle distanze finora esplorate, caratterizza la gravita' quantistica: ci si aspetta che su questa scala di distanze la struttura dello spazio tempo possa essere diversa, e probabilmente granulare.

Esercizi

1.1 Calcolare quanto vale v/c per:

- agitazione termica dell’aria
- il moto degli elettroni in un tubo a raggi catodici
- l’elettrone nella prima orbita di Bohr dell’atomo di idrogeno
- Il moto della terra intorno al sole
- Il moto del sole intorno al centro della galassia

1.2 Hall e Rossi contavano 568 muoni all’ora all’altezza di 2000 m e 412 al livello del mare. Calcolare la velocita’ (media) dei muoni

1.3 Usando la propagazione degli errori, verificare l’equazione 4 di p. 34

1.4 Data la costante di Newton G_N=6.7 10^{-11} [MKS] e la massa del protone m=1.6 10^{-27} kg, confrontare la forza gravitazionale e la forza elettrostatica agente fra due protoni

1.6 Si consideri l’interazione gravitazionale di un sistema di due neutroni e si trascuri ogni altra interazione fra le due particelle:

a)si scriva l’hamiltoniana del sistema e la si confronti con quella dell’atomo di idrogeno

b) se ne detrminino i livelli energetici

c)si calcoli il raggio <r> del livello fondamentale e lo si confronti con le dimensioni dell’universo visibile